



University of St.Gallen

Major Betriebswirtschaftslehre

Pflichtwahlfach

4,166,1.00 EbCA - Excel-basierte Controlling-Anwendungen

Kostenverhalten & Regression

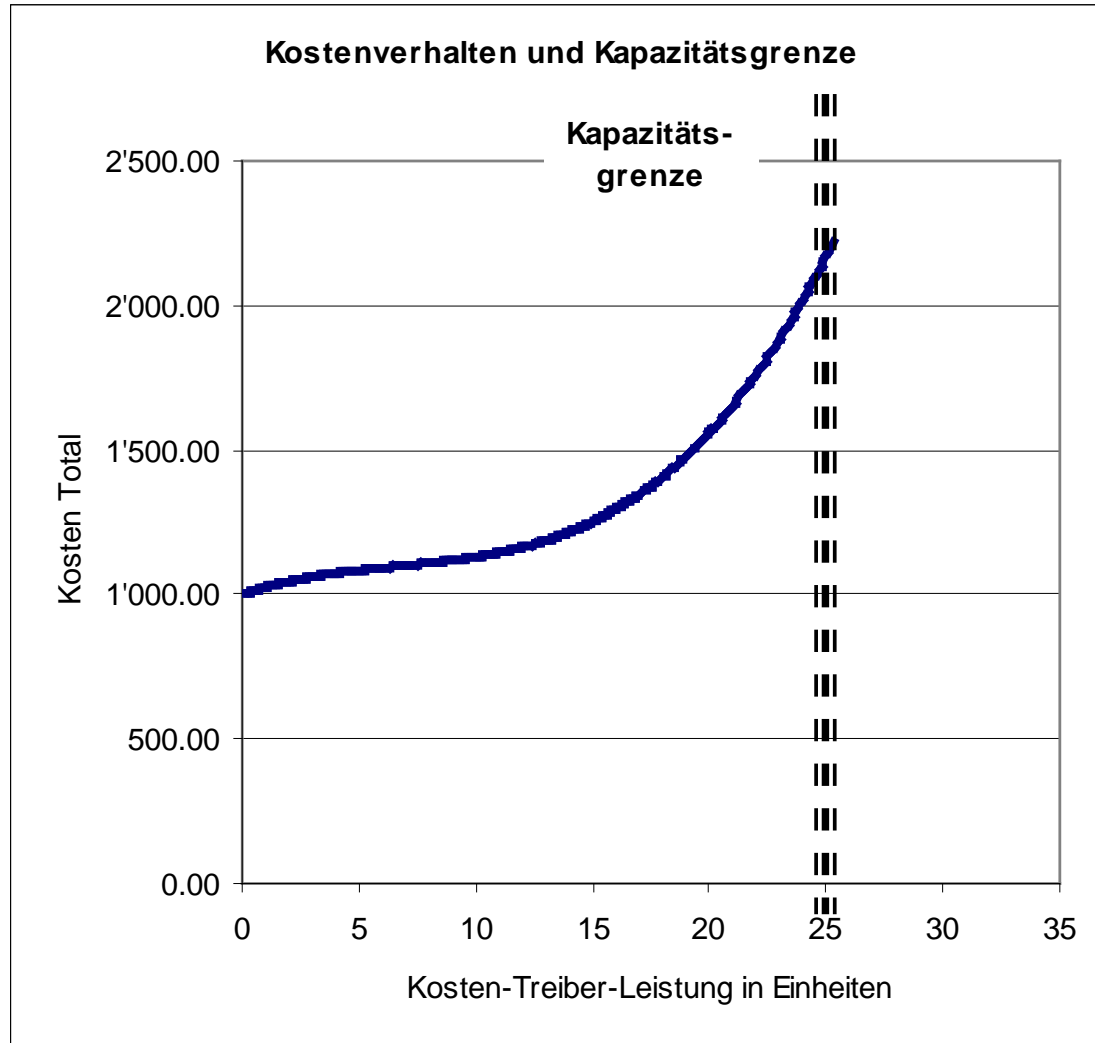
KOSTENVERHALTEN

- ❖ Das Kostenverhalten (cost behavior) beschreibt die Beziehung zwischen den Kosten und dem Kosten-Treiber.
- ❖ Es handelt sich also um die im Zusammenhang
 - mit einer Veränderung des Kosten-Treiber-Niveaus
 - stehende wertmässige Veränderung der Kosten Total.

Kostenverhalten und Kapazitätsgrenze

- ❖ Das «normale» Kostenverhalten bezüglich eines Kosten-Treibers verhält sich in der Praxis wie folgt:
 - Der Kosten-Treiber kann seine Leistung bzw. «Aktivität» erst erbringen, wenn ein Grund-Kapazität aufgebaut wird. Dies bewirkt **(Basis-)Kosten**, die auch ohne Kosten-Treiber-Leistung vorhanden sind.
 - Mit **zunehmender Kosten-Treiber-Leistung steigen die Kosten leicht an**, da nebst den Kosten für die Grund-Kapazität auch weitere Kosten im Zusammenhang mit der steigenden Kosten-Treiber-Leistung anfallen.
 - Werden nun die Kosten-Treiber-Leistungen weiter erhöht, **stösst die Grund-Kapazität schliesslich an ihre Grenzen**. Die Folge davon sind stark anwachsende Kosten Total, z.B. durch grösseren Ausschuss bei Kosten-Treiber-Leistung an der Kapazitätsgrenze, Überstunden, usw.

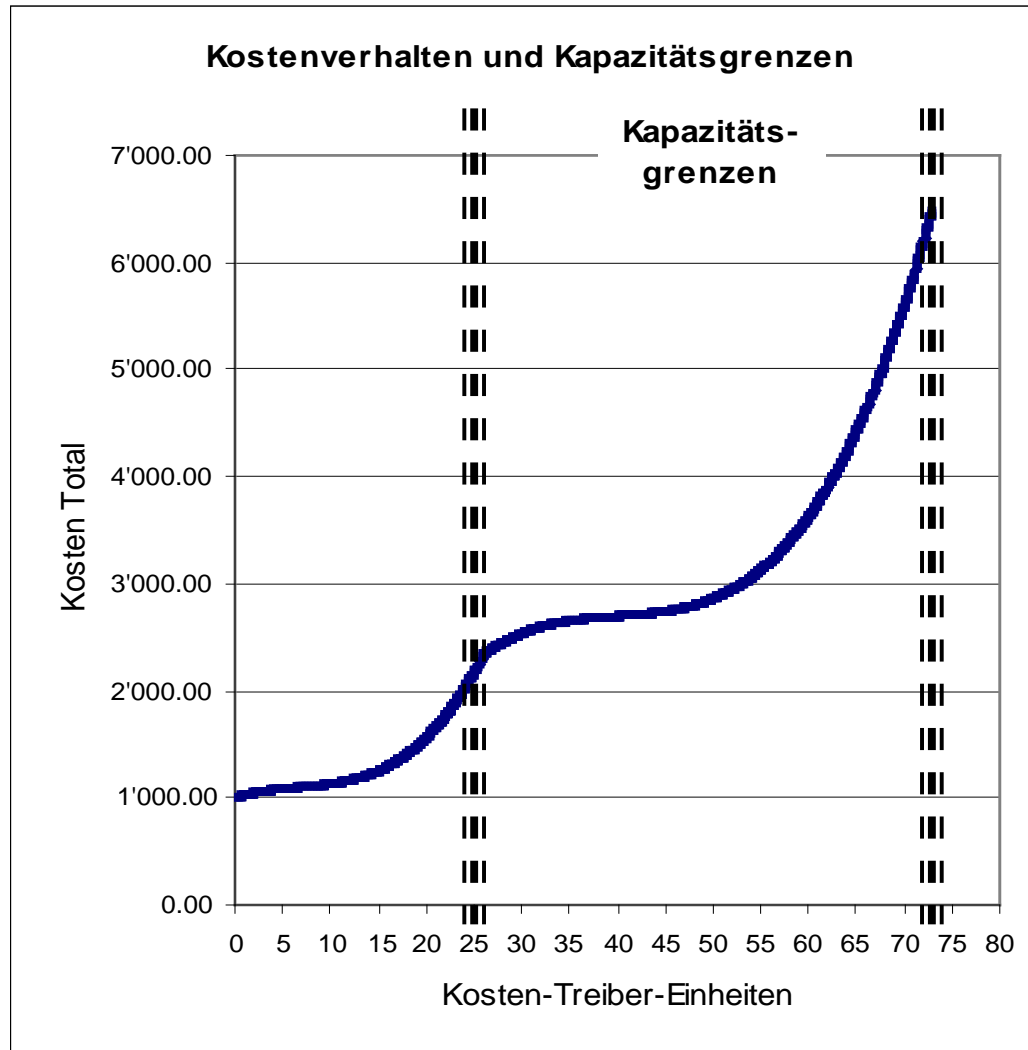
Kostenverhalten und Kapazitätsgrenzen – Forts.



Kostenverhalten und Kapazitätsgrenzen – Forts.

- ❖ Um die Problematik im Zusammenhang mit der immer näher rückenden Grund-Kapazitäts-Grenze **stark ansteigenden Kosten Total zu «lösen», muss die Kapazität erhöht werden (Kapazitätserweiterung).**
- ❖ Dies bewirkt vorerst einen starken Anstieg der Kosten. Mit zunehmender Kosten-Treiber-Leistung steigen die Kosten Total aber nur noch relativ wenig an, wodurch die getätigte Kapazitätserweiterung sich wirtschaftlich rechtfertigt.
- ❖ Werden nun die Kosten-Treiber-Leistungen erneut weiter erhöht, stösst auch die zusätzliche Kapazität schliesslich an ihre Grenzen. Die Folge davon sind erneut stark anwachsende Kosten Total. Nun ist es wiederum angesagt, eine «zweite» Kapazitätserweiterung vorzunehmen.

Kostenverhalten und Kapazitätsgrenzen – Forts.



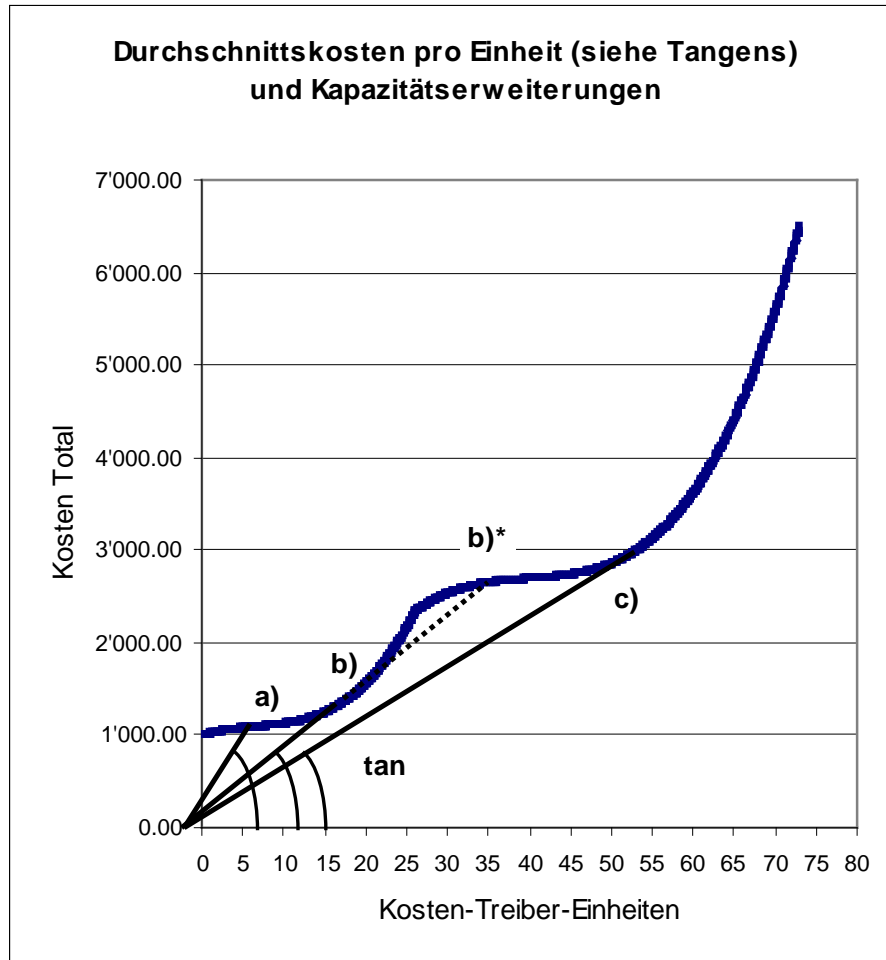
Durchschnittskosten pro Einheit und Kapazitätserweiterung

- ❖ Die Frage ist nun, ob sich die Kapazitätserweiterung auch ökonomisch lohnt.

Zur illustrativen Verdeutlichung sei erwähnt, dass die Durchschnittskosten pro Einheit als Tangens (\tan) des Winkels zwischen der X-Achse und der Geraden aus dem Ursprung an die Kosten-Funktion Total dargestellt werden kann.

- ❖ Erst ab dem Zeitpunkt (Fall b)*) [vgl. nächste Folie] kann eigentlich definitiv gesagt werden, dass sich die Kapazitätserweiterung wirtschaftlich gelohnt hat.
- ❖ Selbstverständlich wird bei dieser Aussage unterstellt, dass die Kosten-Treiber-Leistungen zur Erstellung gewinnbringender absatzfähiger Güter und Dienstleistungen verwendet wurden.

Durchschnittskosten pro Einheit und Kapazitätserweiterung – Forts.

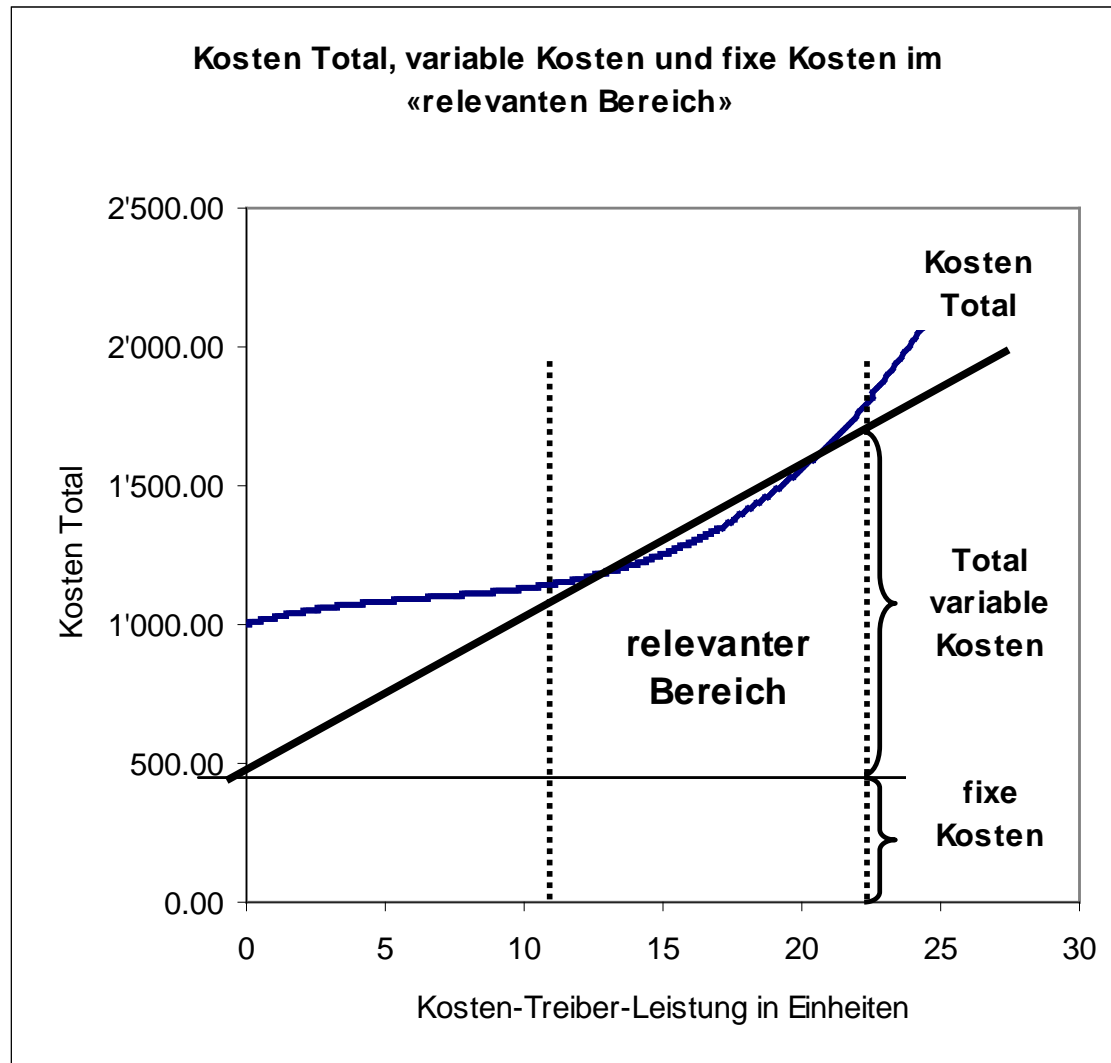


- ❖ Eine besonders heikle Situation entsteht bei Kosten-Treiber-Leistungen zwischen b) und b)*:
- ❖ Aufgrund der Kapazitätserweiterung resultiert ein sprunghafter Anstieg der Durchschnittskosten pro Einheit, der erst bei Überschreiten der Kosten-Treiber-Leistung b)* «neutralisiert» werden kann.
- ❖ Sollte also Ungewissheit bestehen, dass b)* erreicht werden kann, ist es wirtschaftlich sinnvoller, ein Outsourcing vorzunehmen. Die Fragestellung «Zukauf oder Eigenfertigung» (make-or-buy decision) stellt sich hier besonders krass.

Lineares Kostenverhalten – variable und fixe Kosten

- ❖ Das obige Kostenverhalten kann nur mit einer relativ komplexen mathematischen Gleichung dargestellt werden.
- ❖ Für das betriebliche Rechnungswesen und dessen System ist dies zu komplex.
- ❖ **Man hat sich deshalb darauf «geeignet», das Kostenverhalten in einen linearen Zusammenhang überzuführen.**
- ❖ Es ist aber klar festzuhalten, dass diese «Überleitung» lediglich eine Annäherung an das tatsächliche Kostenverhalten darstellt, und dass diese **Approximation** nur **in einem «relevanten Bereich»** (relevant range) zulässig ist.

Lineares Kostenverhalten – variable und fixe Kosten – Forts.



Variable und fixe Kosten

- ❖ **Variable bzw. proportionale Kosten** (variable costs) verändern sich insgesamt proportional zur Veränderung im Total des entsprechenden Kosten-Treiber-Niveaus.
- ❖ **Fixe Kosten** (fixed costs) bleiben innerhalb einer gegebenen Zeitspanne und eines relevanten Bereiches insgesamt unverändert, trotz möglicher grosser Veränderung im Total des entsprechenden Kosten-Treiber-Niveaus.

Bedingungen für die Unterteilung in variable und fixe Kosten

❖ **Die Wahl des Kostenträgers oder der Kostenstelle ist ausschlaggebend.**

Je nach Wahl der «Abrechnungseinheit», für die eine separate Messung gewünscht wird, können sich die Kosten variabel oder fix verhalten. Z.B. bei einem Unternehmen, das Fotokopierer mietet und auch weitervermietet, sind die Mietkosten für selbst genutzte Fotokopierer fix bei der Kostenstelle «Administration», verhalten sich aber variabel beim Kostenträger «vermietete Fotokopierer».

❖ **Der zeitliche Geltungsbereich (time span) muss definiert werden.**

Z.B. können die Mietkosten für einen Zeitraum von ungefähr einem Jahr als fix bezeichnet werden, wenn die vertraglichen Bestimmungen besagen, dass der Mietzins erst danach neu ausgehandelt oder dem Satz für Neuhypotheken angepasst wird.

Bedingungen für die Unterteilung in variable und fixe Kosten – Forts.

❖ **Die Kosten insgesamt verhalten sich linear.**

D.h. die Beziehung zwischen dem Kosten-Treiber und den variablen Kosten insgesamt (oder den fixen Kosten insgesamt) kann als gerade ungebrochene Linie in einer Grafik dargestellt werden.

❖ **Es ist nur ein Kosten-Treiber vorhanden.**

Die Einflüsse anderer möglicher Kosten-Treiber auf die Kosten insgesamt werden konstant gehalten oder als unwesentlich angeschaut.

❖ **Veränderungen im Niveau des Kosten-Treibers befinden sich innerhalb eines relevanten Bereiches.**

Z.B. hat jede Produktionsmaschine hat eine maximal mögliche Kapazität. Soll mehr produziert werden, ist es offensichtlich, dass eine zusätzliche Produktionsmaschine benötigt wird. Dadurch wird aber das Kostenverhalten grundlegend verändert.

Lineare Kosten-Funktion

- ❖ Das lineare Kostenverhalten bzw. die lineare Kostenfunktion im relevanten Bereich wird mathematisch wie folgt definiert:

$$\hat{Y} = a_0 + b \cdot X \quad (\text{lediglich im relevanten Bereich gültig!})$$

- \hat{Y} steht für den geschätzten Wert der abhängigen Y-Variable (Kosten Total) bezüglich eines gewählten X-Wertes (Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten)
- a_0 ist der Achsenabschnitt (fixen Kosten Total) der linearen Gleichung bei einem X-Wert (Kosten-Treiber-Einheit) von Null
- b ist die Steigung (variable Kosten je Kosten-Treiber-Einheit) der linearen Gleichung, d.h. wieviel sich durchschnittlich der geschätzte Wert von \hat{Y} (Kosten Total) durch eine Veränderung einer Einheit von X (Kosten-Treiber) verändert
- X ist jeder gewählte Wert der unabhängigen Variablen ' X ' (Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten)

Gegenüberstellung: Einzelkosten / Gemeinkosten und variable Kosten / fixe Kosten

- ❖ In einer gemieteten Automobilfabrik werden mehrere Wagen-Typen hergestellt. Der Kostenträger sei der Wagen-Typ X. In der unten stehenden Darstellung wird das «Kosten-verhalten» und die «Kostenzuweisung» in bezug auf den Kostenträger gegenübergestellt

in bezug auf den Kostenträger «Wagen-Typ X»		Kostenzuweisung	
		<u>Einzelkosten</u>	<u>Gemeinkosten</u>
Kostenverhalten	<u>variable Kosten</u>	benötigte Reifen bei der Montage des Wagen-Typs X	Energiekosten der Automobilfabrik. Der Energiekonsum wird nur für die ganze Automobilfabrik erfasst.
	<u>fixe Kosten</u>	Salär des Leiters der Montageabteilung des Wagen-Typs X	Mietkosten für die Automobilfabrik.

Methoden der Kostenauflösung bzw. Kostenspaltung

❖ **Arbeitsablaufs-Methode (work-measurement or industrial engineering method):**

Bei diesem Ansatz werden die Kostenfunktionen anhand mengenmässigen Input-Output-Analysen geschätzt. Z.B. wird anhand von Zeitstudien (time-and-motion studies) die erforderliche Zeit und das benötigte Material bei der Durchführung verschiedener Arbeitsgänge analysiert. Durch Multiplikation mit Budget- oder Standardkostensätzen werden diese Mengen-Daten zu Kosten «transformiert». Dieser Ansatz kann sehr zeitaufwendig und somit kostspielig sein, weshalb viele Unternehmen diese Art der Schätzung der Kostenfunktionen nur begrenzt einsetzen.

❖ **Konferenz-Methode (conference method):**

Bei diesem Ansatz werden die Kostenfunktionen auf der Basis von Analysen und Ansichten der verschiedenen involvierten Abteilungen ermittelt. Die Begründung dieser Vorgehensweise liegt darin, dass die betroffenen Abteilungen am besten wissen, wie sich die Kosten verhalten. Dieser Ansatz fördert einerseits die Zusammenarbeit zwischen den organisatorischen Bereichen, und die Kostenfunktionen können meist sehr schnell ermittelt werden, andererseits führt die mangelnde Systematik der Vorgehensweise zu Ungenauigkeiten.

Methoden der Kostenauflösung bzw. Kostenspaltung – Forts.

❖ **Kostenarten Analyse-Methode (account analysis method):**

Bei diesem Ansatz wird das Kostenverhalten pro Kostenart bei vorgegebenem Aktivitäts-Niveau geschätzt. Die Unterteilung zwischen variabel, fix (oder eine Kombination von beiden) erfolgt meist aufgrund qualitativer Überlegungen und weniger auf der Basis von quantitativen Analysen. Dieser Ansatz wird in den Unternehmen sehr häufig eingesetzt, da das Splitting der Kosten meist selbstsprechend ist (z.B. die Löhne der Mitarbeiter in der Produktion werden in der Kostenart «Einzellöhne» zusammengefasst und als variable Kosten «deklariert»). Besonders gut eignet sich dieser Ansatz in Kombination mit der Konferenz-Methode. Dadurch kann auch noch das Wissen vor Ort miteinbezogen werden.

❖ **Quantitative Analyse-Methoden (quantitative analysis method):**

Dieser Ansatz basiert grundsätzlich auf Vergangenheitsbeobachtungen und verwendet «mathematische» Verfahren für die Schätzung der Kostenfunktionen.

6 Schritte bei der Schätzung der Kostenfunktion

- ❖ Schritt 1: Wahl der abhängigen Variablen 'Y' bzw. der zu schätzenden Kosten
- ❖ Schritt 2: Wahl der unabhängigen Variablen 'X' bzw. des Kosten-Treibers (bezüglich der zu schätzenden Kosten)
- ❖ Schritt 3: Datenerhebung bezüglich der zu schätzenden Kosten und der entsprechenden Kosten-Treiber-Einheiten
- ❖ Schritt 4: Grafische Darstellung des Zusammenhangs
- ❖ Schritt 5: Schätzung der Kostenfunktion
- ❖ Schritt 6: Beurteilung der «Güte» der Kostenfunktion

Bekannteste, quantitative Analyse-Methoden

❖ **Freihand-Methode (scatterplot method):**

Bei diesem Verfahren werden die in der Vergangenheit beobachteten, unterschiedlichen erbrachten Leistungen in Form der Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten (X-Achse) und der entsprechend festgestellten Kosten Total (Y-Achse) **grafisch aufgezeichnet**. Anschliessend wird **händisch eine Gerade eingezeichnet** und die daraus folgenden «variablen» und «fixen» Kostenbestandteile geschätzt. Der Nachteil dieser Methode besteht darin, dass die lineare Kostenfunktion «subjektiv» geschätzt werden kann.

Bekannteste, quantitative Analyse-Methoden – Forts.

❖ **Extremwert-Methode bzw. Schichtkostenverfahren (high-low method):**

Auch dieses Verfahren basiert auf den beobachteten Messungen der Vergangenheit bezüglich erbrachter Leistungen in Form der Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten (X-Werte) und den entsprechend festgestellten Kosten Total (Y-Werte). **Die Steigung 'b' (variable Kosten je Kosten-Treiber-Einheit) wird aber aufgrund des höchsten und tiefsten X-Wertes (bzw. des diesbezüglichen Y-Wertes) ermittelt und berechnet sich wie folgt:**

$$\begin{aligned} \text{variable Kosten je Kosten-Treiber-Einheit} &= \\ &= \frac{\text{Kosten Total}_{\text{bei höchster Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten}} - \text{Kosten Total}_{\text{bei tiefster Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten}}}{\text{höchste Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten} - \text{tiefste Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten}} \end{aligned}$$

Der Nachteil dieser Methode besteht darin, dass sämtliche «Messungen» zwischen der höchsten und tiefsten Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten vernachlässigt werden, d.h. die extremen Messungen bestimmen die Schätzung der linearen Kostenfunktion. Dies ist genau das, was man bei einer «guten» Schätzung vermeiden sollte.

Bekannteste, quantitative Analyse-Methoden – Forts.

❖ Mittelwertmethode:

Dieses Verfahren basiert wiederum auf den beobachteten Messungen der Vergangenheit bezüglich erbrachter Leistungen in Form der Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten (X-Werte) und den entsprechend festgestellten Kosten Total (Y-Werte). **Hier werden die aufsteigend sortierten X-Werte (bzw. die diesbezüglichen Y-Werte) in eine obere und untere Hälfte aufgeteilt. Für beide Hälften wird das arithmetische Mittel der jeweiligen X-Werte und Y-Werte ermittelt.**

Anschliessend werden die beiden arithmetischen Mittel (jeweils ein X- und Y-Wert) durch eine Gerade miteinander verbunden. Daraus kann sowohl die Steigung 'b' (variable Kosten je Kosten-Treiber-Einheit) als auch der Achsenabschnitt ' a_0 ' (fixe Kosten Total bei Kosten-Treiber-Einheiten von Null) ermittelt werden.

Obwohl im Gegensatz zur Extremwert-Methode bei der Mittelwertmethode sämtliche «Messungen» berücksichtigt werden, ist die Aufteilung in eine obere und untere Hälfte «arbiträr». Auch hier können extreme «Messungen» die Schätzung der linearen Kostenfunktion beeinflussen, wenn auch nicht so stark wie bei der Extremwert-Methode.

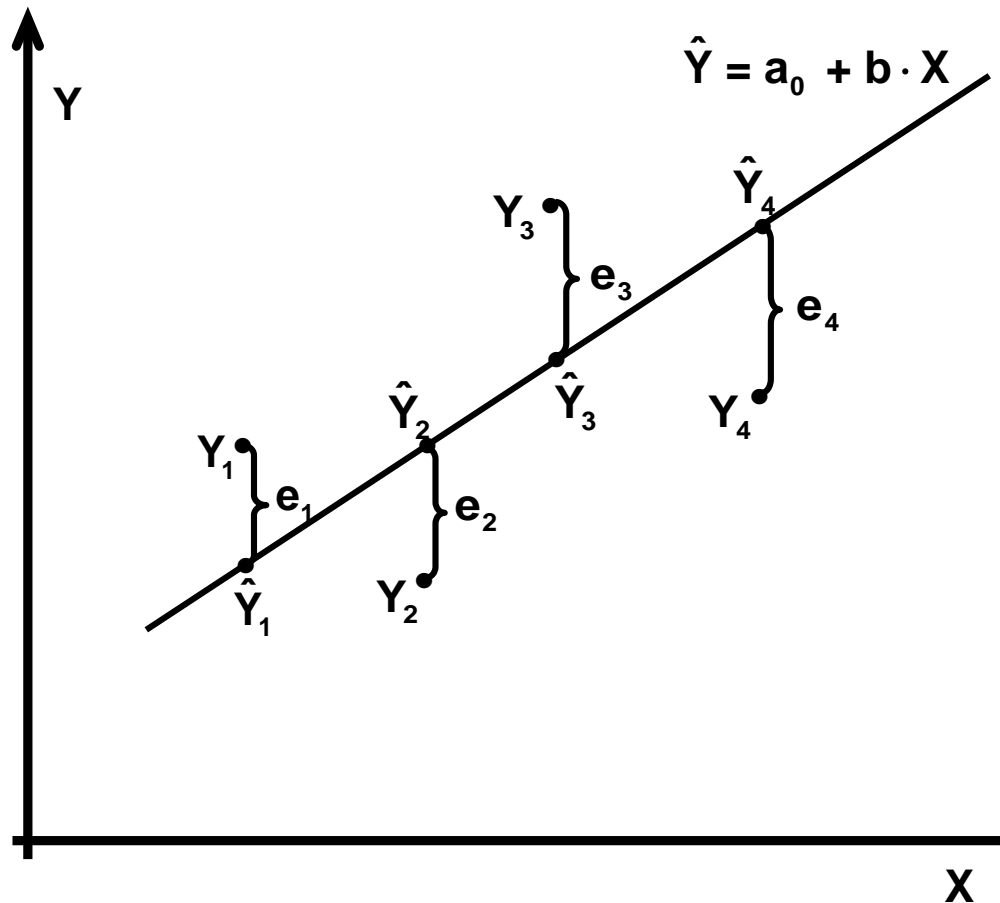
Bekannteste, quantitative Analyse-Methoden – Forts.

❖ **Methode-der-kleinsten-Quadrate (least-squares method):**

Auch diese Methode basiert auf den beobachteten Messungen der Vergangenheit bezüglich erbrachter Leistungen in Form der Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten (X-Werte) und den entsprechend festgestellten Kosten Total (Y-Werte). **Im Gegensatz zu allen bisher erwähnten Methoden berücksichtigt die Methode-der-kleinsten-Quadrate aber alle beobachteten Messungen und ermittelt die Schätzung der linearen Kostenfunktion bzw. die Regressionsgerade anhand eines klaren Berechnungsalgorithmus:** die vertikalen Abstandsquadrate zwischen den beobachteten Y-Werten und den diesbezüglichen Werten auf der Regressionsgeraden bzw. die Residuenabweichungen werden minimiert.

Methode-der-kleinsten -Quadrate

Vorgehensweise der Methode der kleinsten Quadrate



$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \Rightarrow \text{minimieren!}$$

Methode-der-kleinsten-Quadrate – Forts.

- ❖ Die beiden Parameter, nämlich die **Steigung** (slope) '**b**' (variable Kosten je Kosten-Treiber-Einheit) und der **Achsenabschnitt** (intercept) '**a₀**' (fixe Kosten Total bei Kosten-Treiber-Einheiten von Null), werden nach der Methode-der-kleinsten-Quadrate wie folgt berechnet:

$$b = \frac{\sum [(X - \bar{X}) \cdot (Y - \bar{Y})]}{\sum (X - \bar{X})^2}$$

$$a_0 = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

\bar{X} steht für das arithmetische Mittel der X-Werte

\bar{Y} steht für das arithmetische Mittel der Y-Werte

- ❖ Der einzige Nachteil dieser Methode besteht darin, dass sogenannte «Ausreisser» durch die Quadrierung ein überproportionales «Gewicht» bei der Berechnung erhalten.

Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden

- ❖ In einer Montageabteilung wurden in den letzten zwölf Monaten die unten aufgeführten erbrachten Leistungen in Form der Anzahl Kosten-Treiber-Einheiten bzw. Einzellohnstunden (X-Werte) und die entsprechend festgestellten Kosten Total (Y-Werte) festgehalten. Anhand der Extrem-, und Mittelwert-Methode sowie der Methode-der-kleinsten-Quadrate sollen - im relevanten Bereich - die «variablen» und «fixen» Kostenbestandteile geschätzt werden.

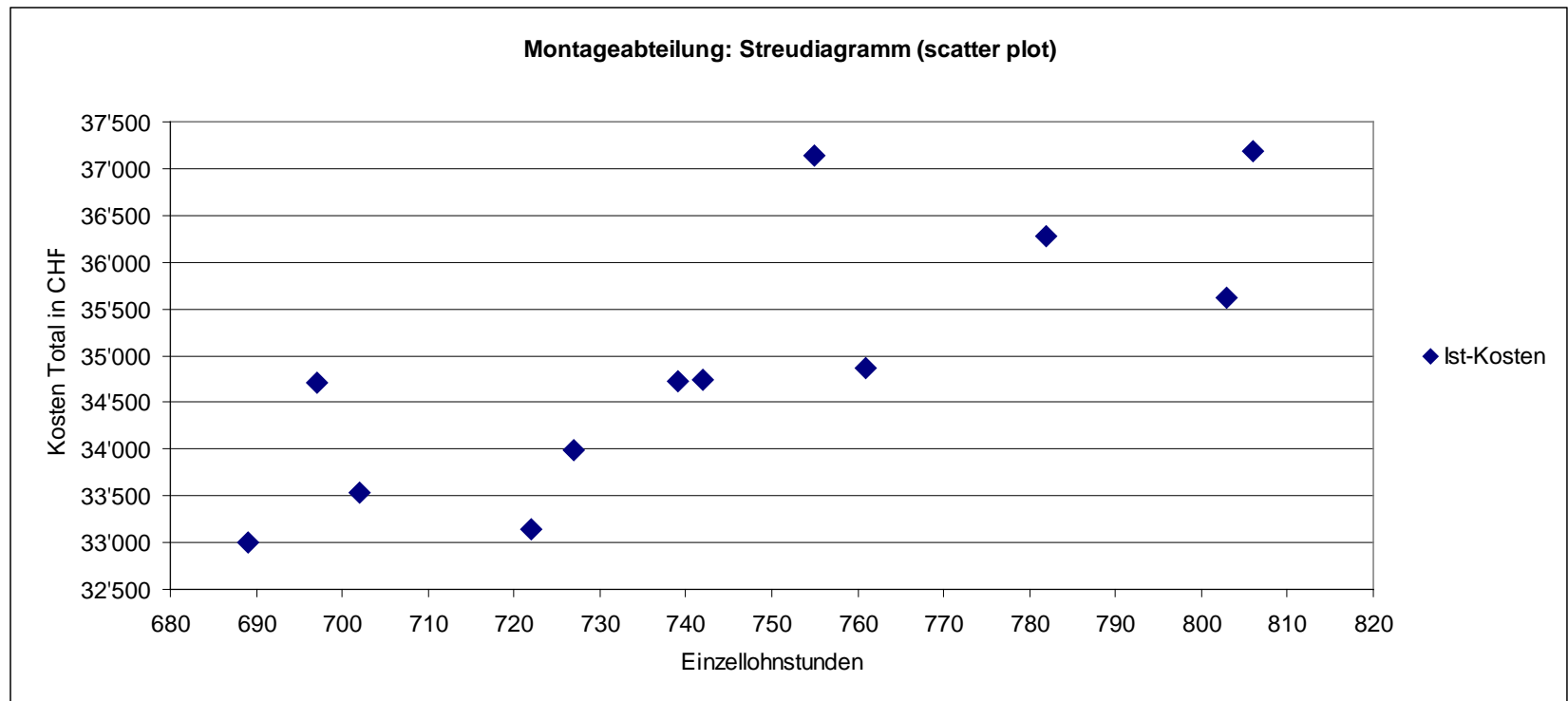
Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden – Forts.

Montageabteilung

Monat	Einzellohn- stunden (X)	Kosten Total in CHF (Y)
Januar	782	36'282.00
Februar	722	33'144.00
März	806	37'194.00
April	702	33'540.00
Mai	697	34'710.00
Juni	689	33'006.00
Juli	761	34'872.00
August	803	35'622.00
September	739	34'728.00
Oktober	755	37'146.00
November	742	34'740.00
Dezember	727	33'996.00

Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden - Lösungsvorschlag

❖ Grafische Darstellung



Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden – Lösungsvorschlag – Forts.

❖ Extremwert-Methode bzw. Schichtkostenverfahren (high-low method)

	Einzellohn- stunden (X)	Kosten Total in CHF (Y)
höchst	806	37'194.00
niedrigst	689	33'006.00

b = Steigung (variable Kosten in CHF je Einzellohnstunde) = 35.79
a₀ = Achsenabschnitt (fixe Kosten Total in CHF bei Einzellohnstunden von Null) 8'343.33

Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden – Lösungsvorschlag – Forts.

❖ Mittelwertmethode

Monat	aufsteigend sortiert nach Einzellohn- stunden (X)	Kosten Total in CHF (Y)	arithmetische Mittel Einzellohn- stunden (X)	arithmetische Mittel Kosten Total in CHF (Y)
Juni	689	33'006.00	712.67	33'854.00
Mai	697	34'710.00		
April	702	33'540.00		
Februar	722	33'144.00		
Dezember	727	33'996.00		
September	739	34'728.00	774.83	35'976.00
November	742	34'740.00		
Oktober	755	37'146.00		
Juli	761	34'872.00		
Januar	782	36'282.00		
August	803	35'622.00	774.83	35'976.00
März	806	37'194.00		

712.67 33'854.00
untere Hälfte

774.83 35'976.00
obere Hälfte

b = Steigung (variable Kosten in CHF je Einzellohnstunde) =

34.13

a_0 = Achsenabschnitt (fixe Kosten Total in CHF bei Einzellohnstunden von Null) =

9'527.80

Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden – Lösungsvorschlag – Forts.

❖ Methode-der-kleinsten-Quadrate (least-squares method)

Einzellohn- stunden X	Kosten Total in CHF Y	$(X - \bar{X})$	$(Y - \bar{Y})$	$[(X - \bar{X}) \cdot (Y - \bar{Y})]$	$(X - \bar{X})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
782	36'282.00	38.25	1'367.00	52'287.75	1'463.06	1'868'689.00
722	33'144.00	-21.75	-1'771.00	38'519.25	473.06	3'136'441.00
806	37'194.00	62.25	2'279.00	141'867.75	3'875.06	5'193'841.00
702	33'540.00	-41.75	-1'375.00	57'406.25	1'743.06	1'890'625.00
697	34'710.00	-46.75	-205.00	9'583.75	2'185.56	42'025.00
689	33'006.00	-54.75	-1'909.00	104'517.75	2'997.56	3'644'281.00
761	34'872.00	17.25	-43.00	-741.75	297.56	1'849.00
803	35'622.00	59.25	707.00	41'889.75	3'510.56	499'849.00
739	34'728.00	-4.75	-187.00	888.25	22.56	34'969.00
755	37'146.00	11.25	2'231.00	25'098.75	126.56	4'977'361.00
742	34'740.00	-1.75	-175.00	306.25	3.06	30'625.00
727	33'996.00	-16.75	-919.00	15'393.25	280.56	844'561.00
$\Sigma =$ 8'925.00	$\Sigma =$ 418'980.00			$\Sigma =$ 487'017.00	$\Sigma =$ 16'978.25	$\Sigma =$ 22'165'116.00
$\bar{X} =$ 743.75	$\bar{Y} =$ 34'915.00					

b = Steigung (variable Kosten in CHF je Einzellohnstunde) =

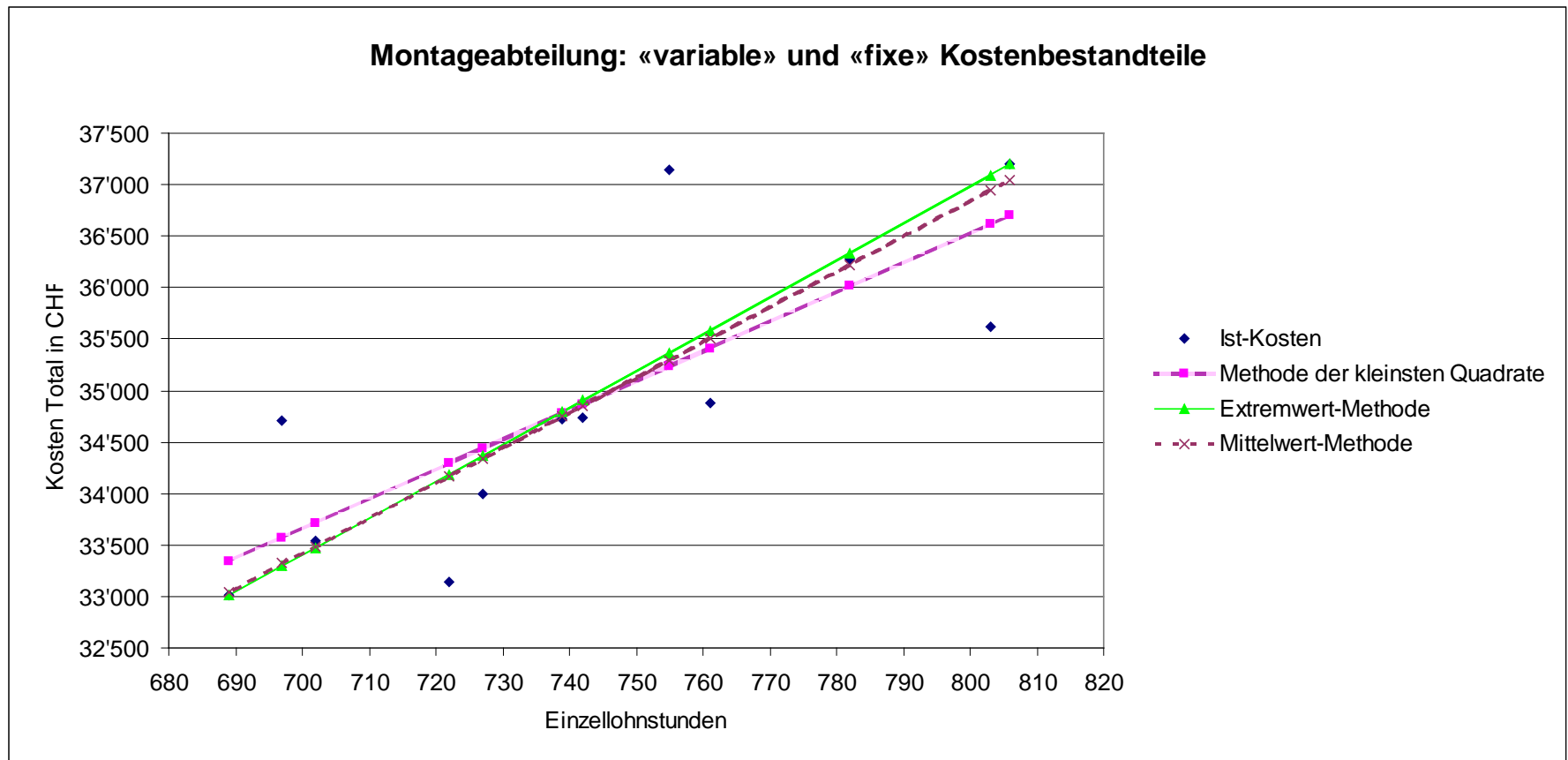
28.68

a₀ = Achsenabschnitt (fixe Kosten Total in CHF bei Einzellohnstunden von Null) :

13'580.71

Anwendungsbeispiel quantitativer Analyse- Methoden – Lösungsvorschlag – Forts.

❖ Übersicht der Methodenresultate



Methode-der-kleinsten-Quadrate – Beurteilung der «Güte» der Kostenfunktion

- ❖ Im Gegensatz zur Extremwert- und Mittelwert-Methode können lediglich anhand der Methode-der-kleinsten-Quadrate weitere Aussagen betreffend der «Güte» der linearen Kostenfunktion gemacht werden.
- ❖ Z.B. kann anhand des Determinationskoeffizienten bzw. Bestimmtheitsmasses im obigen Beispiel ($r^2 = 0.63$) ausgesagt werden, dass rund 63% der Streuung durch die Regressionsgerade «erklärt», und somit ca. 37% durch die approximative lineare Kostenfunktion «nicht erklärt» wird.
- ❖ Mit der Hilfe des «Standardfehlers der Schätzung» kann auch eine Aussage gemacht werden, ob sich der Achsenabschnitt ' a_0 ' und die Steigung ' b ' statistisch signifikant von Null unterscheiden (wie in diesem Fall) oder nicht.
- ❖ Zudem kann auch ein Vertrauensintervall für eine allfällige Prognose ermittelt werden.
- ❖ All diese Möglichkeiten zeigen klar, dass die Methode-der-kleinsten-Quadrate den anderen Methoden weit überlegen ist.
- ❖ Im Zeitalter des PC sollte beim Einsatz von quantitativen Analyse-Methoden somit lediglich die Methode-der-kleinsten-Quadrate verwendet werden!

Methode-der-kleinsten-Quadrate – Beurteilung der «Güte» der Kostenfunktion - Forts.

❖ Excel-Ausdruck [Data – Data Analysis – Regression]

AUSGABE: ZUSAMMENFASSUNG

<i>Regressions-Statistik</i>	
Multipler Korrelationskoeffizient	0.7939
Bestimmtheitsmaß	0.6303
Adjustiertes Bestimmtheitsmaß	0.5933
Standardfehler	905.27
Beobachtungen	12

ANOVA

	<i>Freiheitsgrade</i> (df)	<i>Quadratsummen</i> (SS)	<i>Mittlere</i> <i>Quadratsumme</i> (MS)	<i>Prüfgröße</i> (F)	<i>F krit</i>
Regression	1	13'969'965.00	13'969'965.00	17.05	0.002
Residue	10	8'195'151.00	819'515.10		
Gesamt	11	22'165'116.00			

	<i>Koeffizienten</i>	<i>Standardfehler</i>	<i>t-Statistik</i>	<i>P-Wert</i>	<i>Untere 95%</i>	<i>Obere 95%</i>
Schnittpunkt	13'580.71	5'173.85	2.62	0.0254	2'052.66	25'108.77
X Variable 1	28.68	6.95	4.13	0.0020	13.20	44.16

Schlussbeurteilung der gewählten Kostenfunktion anhand der Methode-der-kleinsten-Quadrate

❖ Wirtschaftliche Plausibilität

Der Ursache-Wirkungszusammenhang sollte betriebswirtschaftlich sinnvoll und logisch sein (positiver Zusammenhang zwischen Kosten-Treiber und Kosten)

❖ «Erklärungsniveau» der Kostenfunktion

Wieviel der Streuung der abhängigen Variablen wird durch die unabhängige Variable erklärt (r^2 sollte möglichst hoch sein)

❖ Signifikanz der unabhängigen Variablen 'X'

Der t-Wert der unabhängigen Variablen sollte über 2.5 sein

❖ Überprüfung der Modell-Annahmen

Die unterstellten Modell-Annahmen der Methode-der-kleinsten-Quadrate dürfen nicht «verletzt» werden.

Schlussbeurteilung der gewählten Kostenfunktion anhand der Methode-der-kleinsten-Quadrate – Forts.

❖ Vier unterstellte Modell-Annahmen der Methode-der-kleinsten-Quadrate:

■ **Linearität**

Der Zusammenhang zwischen der unabhängigen Variablen 'X' und der abhängigen Variablen 'Y' muss linear sein.

■ **Konstante Streuung der Residuen (wenn nicht: Heteroskedasizität)**

Bedingte Heteroskedasizität besteht dann, wenn die Residuen entlang der unabhängigen Variablen 'X' systematisch grösser oder kleiner werden.

■ **Unabhängigkeit der Residuen (wenn nicht: Autokorrelation)**

Autokorrelation besteht dann, wenn die Residuen untereinander korrelieren. Die Durbin-Watson-Statistik (DW) sollte im Bereich von ca. 1.5 und 2.5 sein (idealerweise bei 2.0). Dann liegt keine Autokorrelation vor.

■ **Normalität der Residuen**

Die Häufigkeitsverteilung der Residuen sollte annähernd normalverteilt sein.

Case: Kundenauftrag

Die Produktionsfirma Sioux hat einen Kundenauftrag über 50 Einheiten ihres Produktes erhalten. Der Kunde ist bereit, CHF 32.00 pro Einheit zu bezahlen. Vor dem neuen Kundenauftrag hat die Sioux geplant, 600 Einheiten ihres Produktes herzustellen. Aufgrund einer eingehenden IST-Kosten-Analyse der letzten zwölf Monate wurden folgende Daten ermittelt.

Monat	Anzahl hergestellte Einheiten	IST-Kosten in CHF (total)
1	544	16'206.00
2	566	16'838.00
3	518	15'125.00
4	570	17'060.00
5	588	17'202.00
6	571	16'762.00
7	508	15'228.00
8	646	18'686.00
9	521	15'520.00
10	524	15'486.00
11	503	15'266.00
12	633	18'902.00

Welche generellen Aussagen und welche Aussagen betreffend Kundenauftrag können aufgrund der folgenden Daten bzw. Statistik-Auswertungen anhand des Statistik-Software-Pakets SPSS gemacht werden?

Case: Kundenauftrag - Forts.

Regressions-Statistik

Multipler Korrelationskoeffizient	0.9885
Determinationskoeffizient	0.9771
Adjustierter Determinationskoeffizient	0.9748
Standardfehler 'SEE'	206.5820
Beobachtungen	12

Varianz-Analyse (analysis of variance bzw. ANOVA)

	Freiheitsgrade (df)	Quadratsummen (SS)	Mittlere Quadratsumme (MS)	Prüfgrösse (F)	F krit
Regression 'R'	1	18'210'547.55	18'210'547.55	426.71	0.00
Residuen 'E'	10	42'6761.37	42'676.14		
Total 'T'	11	18'637'308.92			

	Koeffizienten	Standardfehler	t-Statistik	P-Wert	Untere 95%	Obere 95%
Konstante bzw. Achsenabschnitt	1'316.685	738.563	1.783	0.105	-328.935	2'962.305
X Variable bzw. Regressionskoeffizient 'Anzahl hergestellte Einheiten'	27.268	1.320	20.657	0.000	24.327	30.210

Vertrauensintervall für die 'wahre' Einzel-Prognose Y^* (bei gegebenem X^*)

X bzw. X^*	Y' bzw. Y^*	unteres Vertrauensintervall von Y^* bei 5% Sig.niveau	oberes Vertrauensintervall von Y^* bei 5% Sig.niveau
600	17'677.78	17'182.78	18'172.79
625	18'359.50	17'841.09	18'877.90
650	19'041.21	18'490.50	19'591.92

Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag

Es sind eine Vielzahl von Interpretationen möglich:

- Der Determinationskoeffizient beträgt 97.7%; p-Wert der F-Statistik ist unter 1 ‰ -> Gutes Modell, Steigung b ist klar ungleich Null.
- Durbin-Watson-Statistik zeigt keine Autokorrelation auf.
- Der p-Wert der variablen Kosten je hergestellte Einheit (bzw. der Steigung b) ist unter 1 ‰.
- Vertrauensintervall (bei 5% Signifikanzniveau) der variablen Kosten liegt zwischen CHF 24.33 und CHF 30.21.
- Der Kunde will für diese Auftrag CHF 32.00 pro Einheit bezahlen. Mit 97.5% Wahrscheinlichkeit wird die Sioux an diesem Auftrag mehr als CHF 1.79 (32.00-30.21) verdienen.

Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag - Forts.

- Momentan plant die Sioux 600 Einheiten zu produzieren. Mit dem (neuen) Kundenauftrag würde sie 650 Einheiten produzieren. Wird jeweils das obere Vertrauensintervall (bei 5% Signifikanzniveau) unterstellt, dann ergibt dies voraussichtliche Mehrkosten von CHF 1'419.13 (19'591.92 - 18'172.79) bzw. CHF 28.38 (1'419.13/50) pro Einheit.
- Unter diesen Voraussetzungen wäre der Deckungsbeitrag des Kundenauftrages CHF 180.87

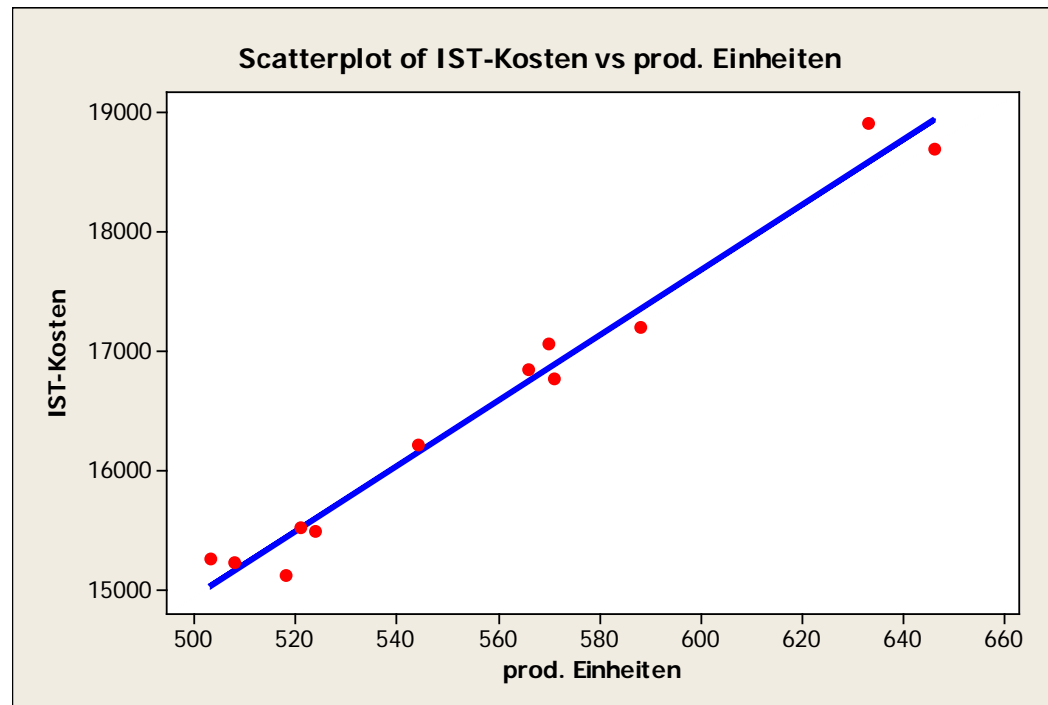
Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag - Forts.

❖ Überprüfung der Modellannahmen

- **Linearität:** i.O.

Das unten stehende Streudiagramm zeigt einen «linearen» Zusammenhang auf.

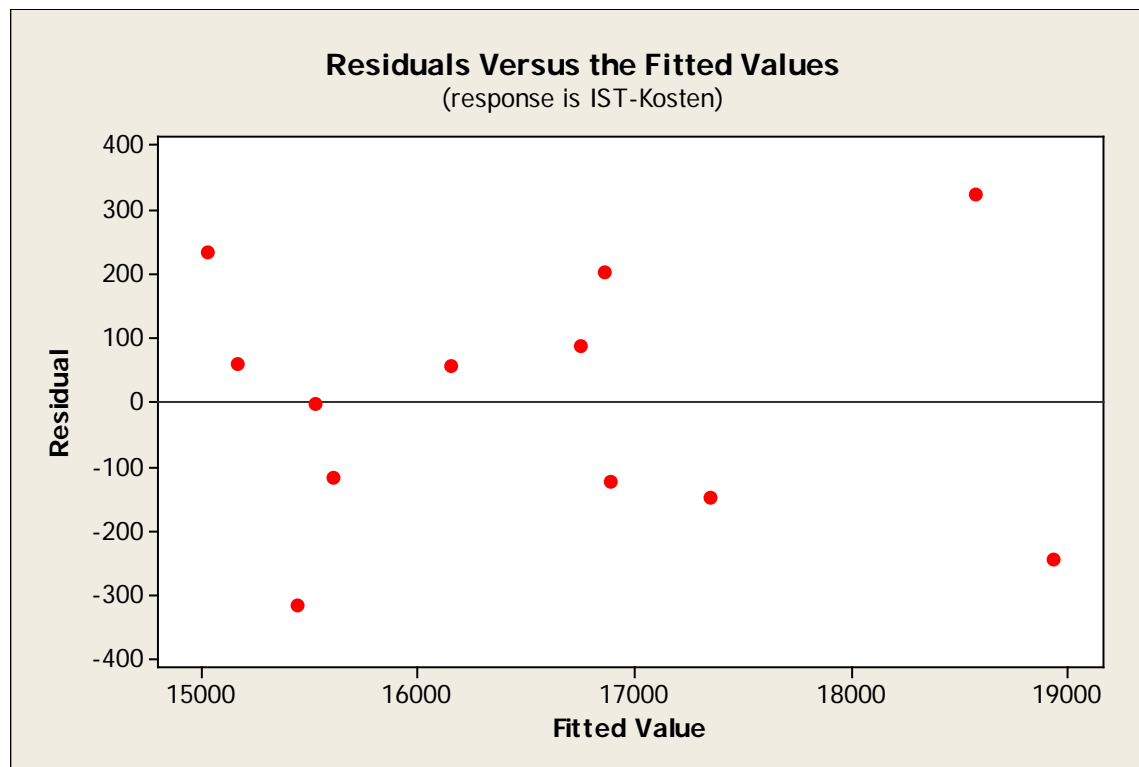


Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag - Forts.

- **Keine bedingte Heteroskedastizität: i.O.**

Die unten stehende Grafik weist keine systematisch grösser oder kleiner werdende Residuenabweichungen auf.

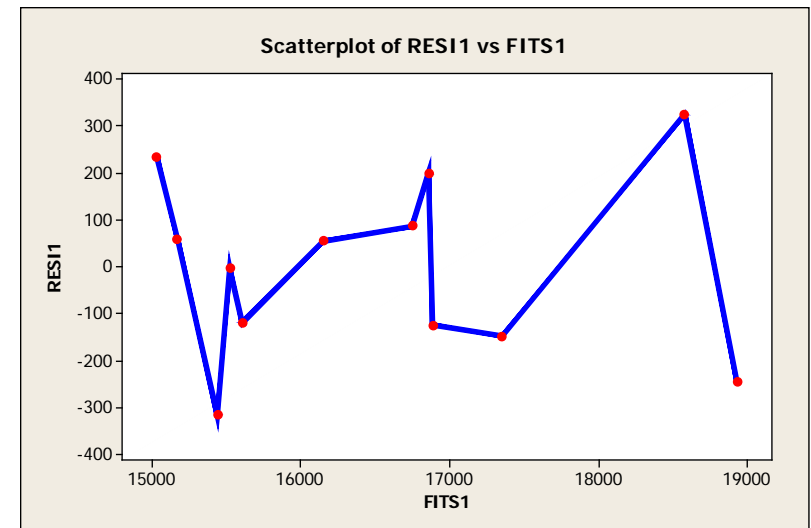
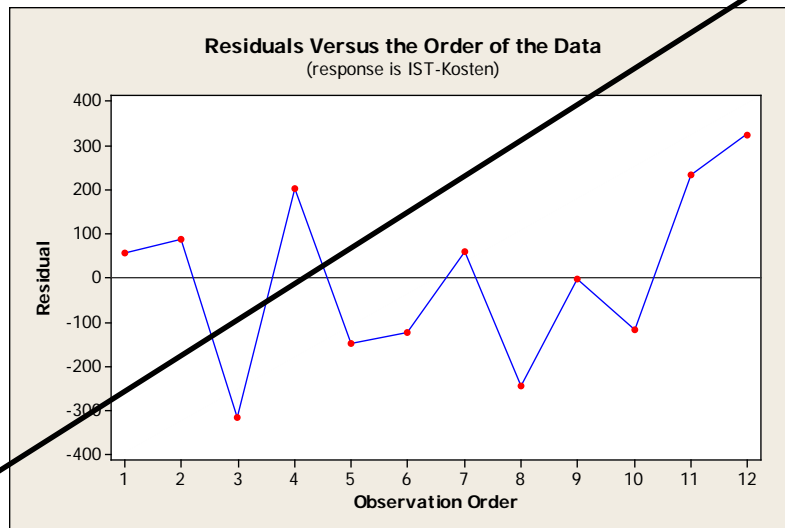


Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag - Forts.

- **keine Autokorrelation: i.O.**

Die unten stehende Grafik deutet nicht auf eine Autokorrelation hin. Die Durbin-Watson-Statistik von 2.075 weist auf ein ausgesprochenes Nicht-Vorhandensein einer Abhängigkeit unter den Residuen hin.



Diese Gegenüberstellung lediglich bei reinen Zeitreihendaten verwenden!

Case: Kundenauftrag

Lösungsvorschlag - Forts.

- **Normalität der Residuen: i.O.**

Die unten stehende Grafik deutet auf Normalität der Residuen hin. Zudem ist die Anderson-Darling-Statistik sehr klein und der diesbezügliche p-Wert ist grösser als 5%.

